

О Т З Ы В

официального оппонента Кусюмова Александра Николаевича
по диссертации Хоанг Нгы Хуана

“Симметрия уравнений нечётных порядков”,

на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление

Наличие у дифференциальных уравнений симметрий, т.е. способности допускать группу непрерывных преобразований, является важным свойством, которое наиболее часто используется при уменьшении размерности пространства независимых переменных системы. Эта процедура заключается в поиске так называемых инвариантных решений. Еще одним важным свойством дифференциальных уравнений является возможность ее записи в дивергентной форме, в виде так называемого закона сохранения. В приложении к обыкновенным дифференциальным уравнениям наличие первого интеграла означает также возможность понизить на единицу порядок уравнения.

В теории дифференциальных уравнений имеется фундаментальная теорема Э. Нетер, устанавливающая связь между симметриями и законами сохранения, в случае если исходная система дифференциальных уравнений обладает специальным свойством – может быть записана как система уравнений Эйлера-Лагранжа для некоторой вариационной задачи. В этом случае наличие симметрии позволяет сразу привести исходную систему уравнений к дивергентной форме записи (первому интегралу). При этом для обыкновенного дифференциального уравнения наличие свойства наследования первым интегралом симметрии позволяет понизить порядок уравнения сразу на две единицы.

Некоторым недостатком этой теории, ограничивающим универсальность ее применения, является тот факт, вариационная формулировка для обыкновенного дифференциального уравнения возможна только в случае четного порядка уравнения.

В диссертационной работе ставится задача исследования обыкновенных дифференциальных уравнений 3-го (нечетного) порядка, имеющих симметрии и допускающих понижение порядка сразу на две единицы без использования вариационной формулировки задачи. В этом случае в определенном смысле можно говорить о существовании аналогии с вариационными симметриями Э. Нетер, и потому рассматриваемые симметрии аналогичны «нетеровым». Подобный подход позволяет расширить область применения симметрий в приложении к обыкновенным дифференциальным уравнениям и потому тема диссертационной работы является актуальной.

Поставленная в диссертационной работе задача является классификационной, поскольку требуется задача выявить наиболее широкий класс уравнений, обладающих аналогом нетеровых симметрий, и потому задача решается в обратной постановке.

Диссертационная работа состоит из введения и трех глав.

Во введении дается общая постановка задачи диссертационной работы, формулируются ее цели, дается краткий обзор работ, выполненный в направлении диссертационной работы.

Первая глава работы является вводной. В этой главе приводятся основные сведения теории групп непрерывных преобразований, формулировка понятий первого интеграла и вариационных симметрий.

Во второй и третьих главах приводятся основные результаты работы в зависимости от структуры уравнений.

Во второй главе проводится классификация уравнений 3-го порядка, не содержащих вторую производную и имеющих аналог нетеровой симметрии. Основным результатом здесь – структура преобразований эквивалентности, оставляющих инвариантными уравнения 3-го порядка различной структуры. Этот подход позволяет решать задачу классификации в два этапа: сначала ищутся автономные первые интегралы для автономных уравнений, затем с помощью группы эквивалентности этот результат распространяется на весь класс.

Кроме того, здесь же доказано несколько теорем, определяющих структуру уравнений, допускающих аналог нетеровых симметрий.

В третьей главе рассматривается наиболее широкий класс обыкновенных дифференциальных уравнений 3-го порядка, имеющих аналог нетеровых симметрий. Здесь получена структура уравнений, допускающих нетерову симметрию для уравнений 3-го порядка с «предстаршей» производной, содержащие и не содержащие первую производную.

Практическая значимость работы заключается в выявлении классов и подклассов систем обыкновенных дифференциальных уравнений 3-го порядка, процедура интегрирования которых может быть значительно упрощена за счет двукратного понижения порядка. Материалы исследований диссертационной работы могут быть использованы при подготовке математических справочных изданий, а также в математическом моделировании при выборе уравнений с априори известной симметрией.

По диссертационной работе имеются замечания.

1. Имеются некоторые недостатки в изложении материала диссертации, затрудняющие чтение работы:

а) на стр. 27 выражения (1.2.21) и (1.2.22) названы тождествами, хотя очевидно, что это относится скорее к выражениям (1.2.23) и (1.2.24);

б) на стр. 28 в формуле $\psi_x = \theta - y'\theta_y$, вероятно должно быть $\psi_x = \theta - y'\theta_y$;

в) оператор полной производной D вводится на стр. 27, а его описание дается только на стр. 44, причем определение оператора D совпадает с определением оператора D_x .

2. Замечание по ходу доказательства на стр. 32: утверждается что «Легко заметить, что θ линейна относительно второй производной y'' , поэтому она автоматически выполняет два уравнения из (1.2.32)». На самом деле первое условие действительно выполняется, а второе принимает вид

$$(\psi_1)_{y''} = R_{y'}$$

что следует из (1.2.47). Отсюда второе условие (1.2.32) выполняется только в случае, когда интегрирующий множитель не зависит от y' .

3. В замечании 2.3.1. утверждается: «При распространении полученных результатов для класса уравнений $y''' = F(y, y')$ на другую симметрию с помощью преобразования (2.1.2)...».

Здесь не понятно, какой иной вид симметрии здесь упоминается, если (2.1.2) записано в общем виде (то же на стр. 101).

4. Теорема 2.1.1 более похожа на определение группы, чем на утверждение с доказательством.

В целом диссертационная работа имеет законченный характер, является квалификационной работой, выполненной на высоком научном уровне, и содержит результаты, обладающие практической значимостью.

Полагаю, что диссертационная работа "Симметрия уравнений нечётных порядков" удовлетворяет требованиям п. 7 Положения ВАК РФ кандидатской диссертации, а её автор, Хоанг Нгы Хуан, заслуживает присвоения ученой ему степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Проф. каф. аэрогидродинамики КНИТУ-КАИ,
д.ф.-м.н.

 Кусюмов А.Н.
28.09.2014г.

